

# CÁLCULO EN ESFUERZOS EFECTIVOS DE OBRAS SUBTERRÁNEAS, APLICACIÓN AL CASO DEL TÚNEL DE CHINGAZA

Bernardo Caicedo<sup>1</sup>

## Abstract

*This paper presents a numerical model for the analysis of underground structures under effective stresses. The problem is addressed by using a threelineal behaviour law with a progressive strength reduction. The system of equations is solved using the finite differences. First of all the model is presented, then, a few applications to the computation of long term strain of Tunnels and satability of water conduction tunnels in rapid dawdown conditions.*

## Palabras claves

*Túneles, deformación diferida, modelo numérico, esfuerzos efectivos.*

## INTRODUCCIÓN

El análisis de la estabilidad de obras subterráneas se apoya en el cálculo de las modificaciones al estado de equilibrio inicial del macizo rocoso que la obra genera. En efecto, el macizo se encuentra en un estado inicial que corresponde al equilibrio de esfuerzos y con presiones intersticiales que obedecen a las condiciones de flujo de agua del sitio.

A pesar de que la construcción de una obra subterránea produce cambios tanto a nivel de esfuerzos como de presiones intersticiales, el cálculo de la estabilidad utilizando metodologías tales como la de convergencia confinamiento se realiza teniendo en cuenta únicamente las modificaciones en esfuerzos totales alrededor de la obra. Si bien el análisis en esfuerzos totales es

adecuado para la gran mayoría de casos, un análisis acoplado en esfuerzos efectivos puede aportar información adicional para problemas tales como la deformación y el aumento en las presiones sobre el revestimiento a largo plazo y para el análisis de la estabilidad de galerías de conducción de agua sometidas a cambios de presión interior.

En este artículo se presenta la descripción de un modelo numérico con el cual es posible realizar análisis acoplados de esfuerzos y deformaciones alrededor de una galería subterránea. Posteriormente se presenta una aplicación del comportamiento de una galería de conducción de agua sometida a condiciones de vaciado rápido, en esta aplicación se ha tratado de reproducir las condiciones que generaron la falla del túnel de Chingaza.

---

<sup>1</sup>. Profesor Asociado, Universidad de los Andes

## 2. POSICIÓN DEL PROBLEMA E HIPÓTESIS UTILIZADAS

El modelo está basado en la solución acoplada de la ecuación de equilibrio de esfuerzos y de la ecuación de flujo de agua alrededor de un túnel circular. Las hipótesis adoptadas son las siguientes: el material se considera como localmente homogéneo e isotrópico; se desprecian las fuerzas inerciales, es decir que se trata de un modelo estático; el macizo se encuentra en estado saturado y la migración del agua solamente está controlada por la ley postulada por Darcy en 1856; se desprecia el efecto del peso propio del material en la proximidad del túnel; el comportamiento del material está dado por una ley trilineal y las características de comportamiento después de la falla (magnitud y pendiente de la caída de resistencia) son independientes del esfuerzo de confinamiento.

## 3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Según la mecánica del medio continuo, el modelo matemático se describe de una manera completa mediante las leyes de conservación y las leyes de comportamiento a las cuales se le adiciona las condiciones de frontera y las condiciones iniciales.

### 3.1 Leyes de Conservación

La ley de conservación de la cantidad de movimiento en coordenadas cilíndricas, despreciando las fuerzas

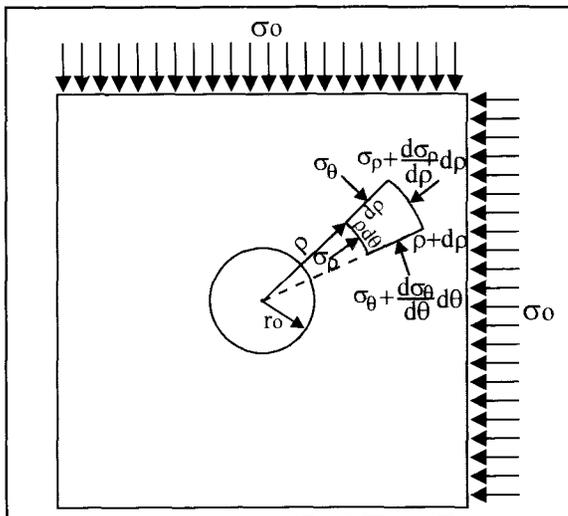


Figura 1. Obtención de la ecuación de equilibrio.

inerciales y el peso propio del material se escribe de la siguiente manera (véase figura 1):

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

donde:  $\sigma_r$  = esfuerzo total radial;  $\sigma_\theta$  = esfuerzo total tangencial;  $r$  = radio.

Del mismo modo la ecuación de compatibilidad de deformaciones se escribe de la siguiente manera:

$$dr \varepsilon_\theta + \varepsilon_r - \varepsilon_\theta = 0 \quad (2)$$

donde:  $\varepsilon_r$  = deformación radial;  $\varepsilon_\theta$  = deformación tangencial.

La ecuación de conservación de la masa de agua expresa que la variación de volumen corresponde al balance de los flujos de agua que entran y salen:

$$\frac{dV}{dt} = -\text{div}[q] \quad (3)$$

donde:  $V$  es el volumen de un elemento de referencia;  $q$  es el caudal volumétrico por unidad de superficie.

### 3.2 Leyes de Comportamiento

#### 3.2.1 CRITERIO DE RUPTURA Y DEFORMABILIDAD

El criterio de ruptura utilizado es el criterio elastoplástico con pérdida de resistencia progresiva propuesto por Panet 1976. Esta ley de comportamiento se representa por tres líneas rectas correspondientes a la zona elástica, una zona plástica con pérdida de resistencia progresiva y una zona en plasticidad perfecta (véase figura 2).

Suponiendo que el ángulo de fricción pico y residual son iguales, la ley de comportamiento en el rango plástico se escribe de la siguiente manera:

$$\sigma'_\theta = K_p \sigma'_r + \sigma'_c \left( 1 - \frac{\gamma r}{\Gamma} \right) \quad (4)$$

$$K_p = \frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi} \quad (5)$$

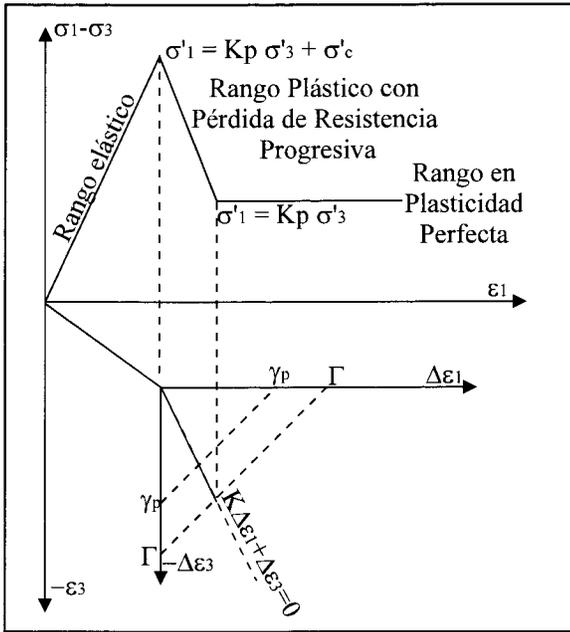


Figura 2:

Modelo de comportamiento trilineal con pérdida de resistencia progresiva.

$$\gamma_p = \frac{\Gamma}{\sigma'_c} [K_p \sigma'_\rho + \sigma'_c - \sigma'_\theta] \quad (6)$$

donde:  $\sigma'_\rho$  = esfuerzo efectivo tangencial;  $\sigma'_\rho$  = esfuerzo efectivo radial;  $K_p$  = coeficiente de empuje pasivo;  $\gamma_p = \epsilon_\theta^p - \epsilon_\rho^p$  = deformación de corte plástica;  $\Gamma$  = deformación de corte plástica en plasticidad perfecta;  $\phi$  = ángulo de fricción;  $\sigma'_c$  = resistencia a la compresión simple en estado drenado.

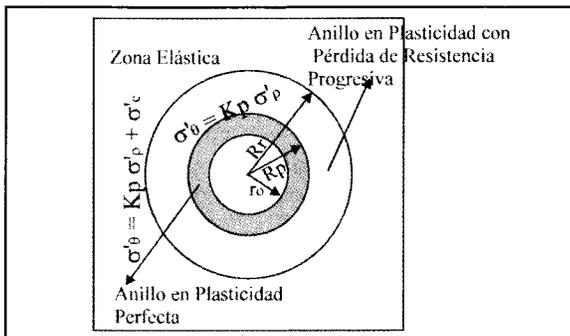


Figura 3:

Formación de anillos plásticos alrededor del túnel.

Esta ley de comportamiento hace que mientras progresa la descompresión del macizo, se formen alrededor del túnel dos anillos plásticos (véase figura 3). Inicialmente se forma un anillo plástico en el cual el material se encuentra en la zona de pérdida de resistencia progresiva; el radio de este anillo se denomina  $R_r$ . Cuando la deformación de corte en el primer anillo es superior a  $\Gamma$ , comienza a formarse un segundo anillo en donde el material se encuentra en plasticidad perfecta; el radio de este segundo anillo se denomina  $R_p$ . Es importante anotar que una vez comienza la formación del anillo en plasticidad perfecta la estabilidad del túnel solo se puede lograr con la adición de un revestimiento.

En cuanto a la deformabilidad, la ecuación de la recta de caída de resistencia después de la falla está dada por (Panet 1995) :

$$K_\psi \epsilon_\theta^p + \epsilon_\rho^p = 0 \quad (7)$$

$$K_\psi = \frac{1 + \text{sen } \psi}{1 - \text{sen } \psi} \quad (8)$$

donde:  $\psi$  es el ángulo de dilatación.

Teniendo en cuenta la ecuación 7 y conociendo que la deformación cortante plástica está dada por

$\gamma_p = \epsilon_\theta^p - \epsilon_\rho^p$ , es posible calcular las deformaciones plásticas cuya expresión es la siguiente:

$$\epsilon_\theta^p = \frac{1 - \text{sen } \psi}{2} \gamma_p \quad (9)$$

$$\epsilon_\rho^p = -\frac{1 + \text{sen } \psi}{2} \gamma_p \quad (10)$$

Teniendo en cuenta la ecuación de compatibilidad, las deformaciones radiales y tangenciales elásticas en esfuerzos efectivos están dadas por las siguientes expresiones :

$$\epsilon_\theta^e = \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \sigma'_\theta - \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma'_\rho \right) \quad (11)$$

$$\epsilon_\rho^e = \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \sigma'_\rho - \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma'_\theta \right) \quad (12)$$

donde:  $E$  = módulo de young;  $\nu$  = relación de poisson.

Las deformaciones totales están dadas por la suma de las deformaciones elásticas y plásticas:

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1-\nu^2}{E} \left( \sigma'_{\theta} - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_{\rho} \right) + \frac{1-\sin \psi}{2} \gamma_p \quad (13)$$

$$\varepsilon_{\rho} = \frac{1-\nu^2}{E} \left( \sigma'_{\rho} - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_{\theta} \right) + \frac{1+\sin \psi}{2} \gamma_p \quad (14)$$

Estas relaciones se complementan con la ley de esfuerzos efectivos. En el caso de las rocas esta relación se escribe de la siguiente manera (Panet 1976) :

$$\sigma' = \sigma - \chi u \quad (15)$$

donde:  $\chi = 1 - K_r/K_m$  en el dominio elástico;  $\chi = 1$  para los criterios de resistencia y el dominio plástico;  $K_r$  = coeficiente de compresibilidad de la roca;  $K_m$  = coeficiente de compresibilidad de la matriz rocosa.

Finalmente para calcular el flujo de agua es necesario tener en cuenta la ley de Darcy:

$$q = K_w \text{grad}(H) \quad (16)$$

donde:  $K_w$  = permeabilidad;  $H$  = potencial hidráulico.

### 3.3 Acoplado y Solución de las Ecuaciones

Las ecuaciones de deformación radial y tangencial se pueden acoplar utilizando la ley de esfuerzos efectivos, esto con el fin de volver explícita la influencia de la presión de poros (Huerco 1997):

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1-\nu^2}{E} \left( \sigma_{\theta} - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{\rho} \right) - (1+\nu)Ku + \frac{1-\sin \psi}{2} \gamma_p \quad (17)$$

$$\varepsilon_{\rho} = \frac{1-\nu^2}{E} \left( \sigma_{\rho} - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{\theta} \right) - (1+\nu)Ku - \frac{1+\sin \psi}{2} \gamma_p \quad (18)$$

donde:  $u$  es la presión intersticial y  $K$  es el coeficiente de compresibilidad que está dado por:

$$K = \frac{1-2\nu}{E} \chi \quad (19)$$

Teniendo en cuenta la ley de conservación de la masa de agua y la ley de Darcy se obtiene la ecuación de flujo de agua en coordenadas cilíndricas en función del tiempo:

$$\frac{\partial V_w}{\partial t} = - \frac{K_w}{\gamma_w} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{\partial u^2}{\partial \rho^2} \right) \quad (20)$$

donde:  $V_w$  es el volumen de agua;  $t$  es el tiempo.

La deformación volumétrica  $\partial \varepsilon_v$  en deformación plana es la suma de la deformación radial y tangencial:

$$\partial \varepsilon_v = \partial \varepsilon_{\theta} + \partial \varepsilon_{\rho}$$

De este modo es posible obtener la variación de la deformación volumétrica en función del tiempo:

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \left[ \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial t} \right] - 2(1+\nu)K \frac{\partial u}{\partial t} - \sin \psi \frac{\partial \gamma_p}{\partial t} \quad (21)$$

De la ecuación 6 se obtiene:

$$\frac{\partial \gamma_p}{\partial t} = \frac{\Gamma}{\sigma'_c} \left[ K_p \frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial t} \right] - (K_p - 1) \frac{\Gamma \partial u}{\sigma'_c \partial t} \quad (22)$$

Agrupando se obtiene:

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = A \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial t} + B \frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial t} - C \frac{\partial u}{\partial t} \quad (23)$$

donde:

$$A = \left[ \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} + \sin \psi \frac{\Gamma}{\sigma'_c} \right] \quad (24)$$

$$B = \left[ \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} - \sin \psi \frac{\Gamma}{\sigma'_c} K_p \right] \quad (25)$$

$$C = \left[ 2(1+\nu)K + (1 - K_p) \sin \psi \frac{\Gamma}{\sigma'_c} \right] \quad (26)$$

De las ecuaciones 20 y 23 se obtiene:

$$A \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial t} + B \frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial t} - C \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{K_w}{\gamma_w} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{\partial u^2}{\partial \rho^2} \right) \quad (27)$$

Finalmente se obtiene un conjunto de ecuaciones que pueden resolverse numéricamente.

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}}{\rho} = 0 \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta} = K_p \sigma_r + \left(1 - \frac{\gamma_p}{\Gamma}\right) \text{ en el rango plástico}$$

$$\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \rho} = - \frac{\partial \sigma_r}{\partial \rho} \quad (28)$$

en el rango elástico

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K_w}{\gamma_w C} \left( \rho \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{\partial u^2}{\partial \rho^2} \right) + \frac{A}{C} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial t} + \frac{B}{C} \frac{\partial \sigma_r}{\partial t} \quad (29)$$

El desplazamiento en la pared del túnel  $U$ , se obtiene integrando la deformación radial:

$$U = \int \varepsilon_{\rho} d\rho \quad (30)$$

### 3.4 Tratamiento de las Condiciones de Frontera

Las condiciones de frontera mecánicas al interior del túnel obedecen a la hipótesis de la metodología convergencia confinamiento, (véase figura 4).

Según esta hipótesis, el problema tridimensional del cálculo de esfuerzos en las cercanías del frente de talla se puede remplazar por un problema bidimensional en deformaciones planas a condición de incluir una presión interna  $p$  correspondiente al efecto del frente de talla. La presión interior  $p$  es equivalente a  $(1-\lambda)\sigma_0$  en donde  $\lambda$  es la tasa de desconfinamiento del macizo.

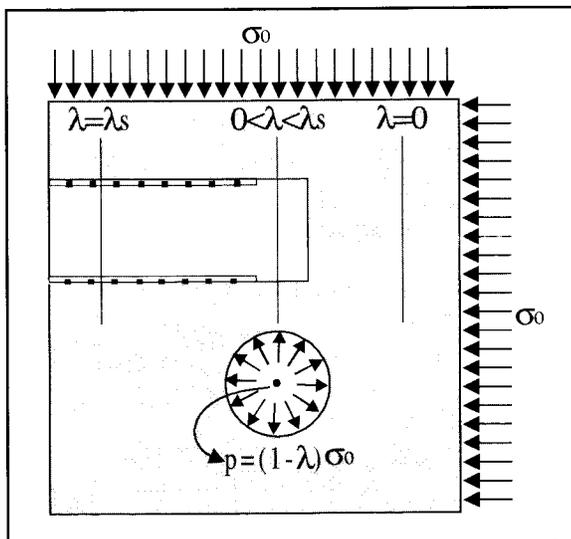


Figura 4

Hipótesis de la teoría convergencia -confinamiento.

De este modo la tasa de desconfinamiento pasa de un valor igual a cero al interior del macizo rocoso en la zona que no está afectada por la perforación del túnel, hasta 1 ó  $\lambda_s$  correspondientes a la presión de sostenimiento dada por el revestimiento.

Las condiciones de frontera mecánicas son entonces condiciones de esfuerzo impuesto: al interior del túnel el esfuerzo radial corresponde a  $p$  y a una distancia suficientemente alejada de la pared del túnel el esfuerzo tangencial y radial es igual a  $\sigma_0$ .

Las condiciones de frontera hidráulicas al interior del túnel pueden ser de presión de agua impuesta o flujo impuesto y a una distancia alejada de la pared del túnel la presión es impuesta y corresponde a la presión hidrostática en el macizo rocoso.

## 4 RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

### 4.1 Características de los Casos Analizados

El caso analizado corresponde a la perforación de una galería de conducción de agua construida en un macizo rocoso de baja resistencia. Se trató de simular las condiciones del túnel de Chingaza el cual tiene la particularidad de que su revestimiento es permeable ya que tiene orificios que comunican el interior del túnel con el macizo rocoso (lloraderos). Puesto que no existe información suficiente sobre las propiedades geomecánicas de las rocas en el túnel de Chingaza, se supuso propiedades típicas de las rocas blandas que predominan en la zona de la Cordillera Oriental. En la tabla 1 se presentan las propiedades de la roca y las condiciones de frontera utilizadas para el cálculo.

Las condiciones de frontera al interior del túnel varían en función del tiempo, las condiciones utilizadas en la simulación son las que se representan en la tabla 2.

Estas condiciones de frontera simulan una primera etapa en la que se construye el túnel hasta llegar a una pequeña presión de sostenimiento correspondiente a  $\lambda_s = 0.96$ ; durante esta etapa la presión del agua al interior del túnel es cero. Una vez construido el túnel se mantienen estas mismas condiciones al interior durante dos años. Posteriormente se presuriza el túnel con una condición de flujo estacionario correspondiente a

PROPIEDAD		VALOR	
Módulo de Young	E	30000	Mpa
Relación de Poisson	$\nu$	0.25	
Resistencia a la compresión simple	$\sigma_c$	14.00	Mpa
Ángulo de fricción interno	$\phi$	30°	
Ángulo de dilatancia	$\psi$	30°	
Deformación de corte máxima	$\Gamma$	0.01	
Tasa de desconfinamiento	$\lambda_s$	0.96 y 0.98	
Permeabilidad, zona elástica	$K_w$	$7 \cdot 10^{-7}$	cm/seg
Permeabilidad, zona plástica	$K_w$	$7 \cdot 10^{-7}$	cm/seg
Coefficiente de presión de poros	$\chi$	1.00	
Esfuerzo geostático	$\sigma_o$	18.75	Mpa
Presión hidrostática	u	400	Kpa

TABLA 1:  
Propiedades utilizadas en la simulación.

una presión interna de 100 Kpa, esta condición se mantiene durante dos años. En la etapa final de simulación se presuriza el túnel con una presión hidrostática de 400 Kpa, presión que se mantiene durante 6 meses.

TIEMPO (DÍAS)	$\lambda_s$	$U_o$ (KPA)
0	0	400
10	0.96	0
730	0.96	0
740	0.96	100
1460	0.96	100
1470	0.96	400
1650	0.96	400

TABLA 2  
Condiciones de frontera mecánicas e hidráulicas.

## 4.2 Resultados Obtenidos

Las figuras 5 a 10 representan los resultados obtenidos en las simulaciones. En la figura 5 se observan los esfuerzos tangencial y radial en función de la distancia al centro del túnel, se observa en esta figura que los esfuerzos evolucionan rápidamente durante la etapa de perforación (primeros 10 días de simulación) y posteriormente lo hacen más lentamente; esta evolución luego de finalizar la perforación se debe a la disipación de la presión de poros. En efecto, la presión de poros negativa que se genera en el momento de la perforación hace que la roca adquiera un aumento de resistencia aparente que desaparece una vez la presión de poros llega a su valor estacionario.

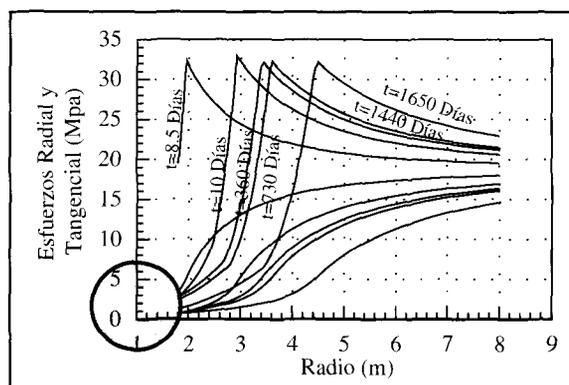


Figura 5  
Esfuerzos tangencial  $s_q$  y radial  $s_r$  en función del tiempo.

Las figuras 6, 7 y 8 representan la variación de la presión de poros en las diferentes etapas de simulación. En la figura 6 se representa la etapa de perforación y se observa que debido a la dilatancia de la roca se alcanzan valores de presión intersticial negativa de gran magnitud. Puesto que se trata de un problema acoplado, la magnitud de esta presión depende tanto del ángulo de dilatancia  $\psi$  y de la deformación de corte máxima  $\Gamma$  como de la permeabilidad en la zona plástica.

En la figura 7 se observa que una vez finalizada la etapa de perforación, la presión intersticial en las cercanías del túnel evoluciona rápidamente hacia valores positivos alcanzando esta condición al cabo de los 6 meses (esta evolución se debe a la presencia de un revestimiento permeable). Sin embargo es importante notar que para distancias correspondientes a 2 a 3 veces el radio del túnel, el flujo estacionario tarda varios años en establecerse.

La figura 8 muestra la influencia de la presurización del túnel en las etapas en que la presión interior es igual a 100 y 400 Kpa. Se observa que para las condiciones impuestas, 6 meses no son suficientes para que la presión de 400 Kpa progrese al interior del macizo rocoso lo cual indica que inclusive se puede llegar a condiciones mas desfavorables luego de este tiempo. A pesar

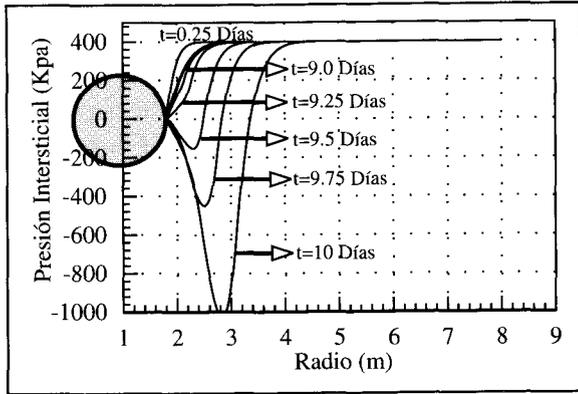


Figura 6:  
Presión intersticial etapa de perforación.

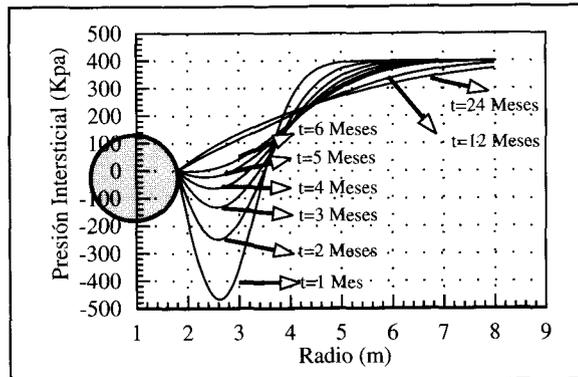


Figura 7  
Presión intersticial etapa de construcción

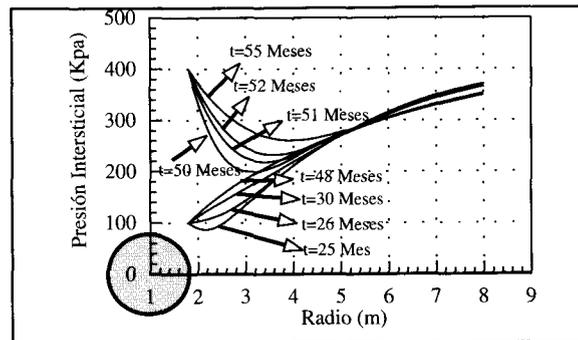


Figura 8  
Presión intersticial etapas de presurización con flujo permanente y presión hidrostática.

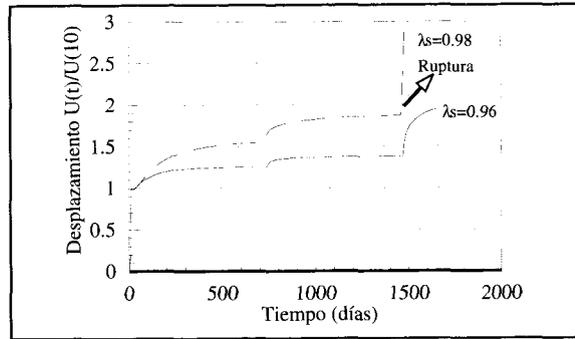


Figura 9.  
Evolución del desplazamiento en la pared del túnel normalizado con respecto al desplazamiento al final de la etapa de perforación ( $\lambda_s=0.98$  y  $\lambda_s=0.96$ ).

de lo anterior, se observa en las figuras 9 y 10 que el efecto de la presurización es extremadamente desfavorable para la estabilidad del túnel. En efecto, se observa que con cada etapa de presurización aumentan el desplazamiento en la pared del túnel y los radios plásticos. Se puede notar también que en el caso de una alta tasa de desconfinamiento  $\lambda_s=0.98$  (baja presión de sostenimiento), el túnel puede colapsar súbitamente una vez se presurice.

Es importante notar también que tanto en las etapas de construcción como de presurización, el desplazamiento en la pared del túnel aumenta con el tiempo. Este aumento corresponde a una deformación diferida dada por la disipación de presión de poros y es independiente de cualquier comportamiento viscoplastico.

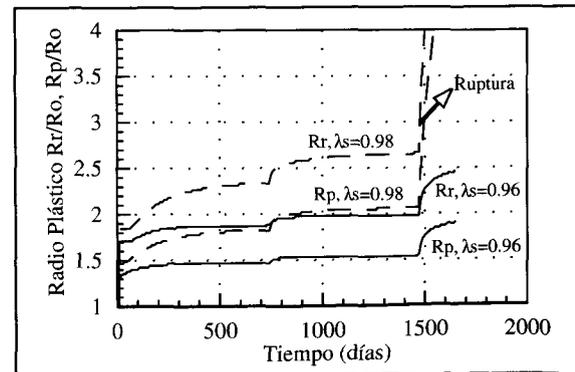


Figura 10.  
Evolución de los radios plásticos en función del tiempo para ( $\lambda_s=0.98$  y  $\lambda_s=0.96$ ).

## 5 CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos se concluye que es posible interpretar las deformaciones diferidas que se producen luego de la perforación de un túnel a partir de la disipación de la presión de poros, esto como complemento al efecto viscoplástico. Es importante constatar también que cuando se utilizan revestimientos permeables, la variación en la presión interna de un túnel de conducción de agua tiene efectos negativos sobre su estabilidad, principalmente cuando éste se encuentra en macizos rocosos de baja resistencia, altos esfuerzos geostáticos y tasas de desconfinamiento elevadas. En estos casos es posible que los túneles tengan un comportamiento similar a las presas de tierra en condiciones de vaciado rápido. Es posible que alguna de estas condiciones haya dado lugar a alguna de las diferentes fallas del túnel de Chingaza sin embargo, dada la poca información existente sobre las propiedades geomecánicas de las rocas de dicho túnel, solo se puede plantear esta eventualidad como una hipótesis.

## REFERENCIAS

- [1] Huergo, J. (1997) *Constructions Souterraines*, Presses Universitaires de Bruxelles.
- [2] Magnan, J.P. (1983) *Théorie et Pratique des Drains Verticaux*, Technique et Documentation Lavoisier.
- [3] Panet, M. (1976) *La Mécanique des Roches Appliquée aux Ouvrages du Génie Civil*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [4] Panet, M. (1995) *Le Calcul des Tunnels par la Méthode de Convergence Confinement*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.