Capacidad Óptima de Plantas Industriales

Gabriel Poveda Ramos*

Resumen

Se presenta un método matemático riguroso, creado por el autor, para determinar con precisión la capacidad o tamaño óptimo económico de un planta industrial cuando apenas se está estudiando el proyecto. Los libros de texto sobre Evaluación de Proyectos, sobre Álgebra Financiera y sobre disciplinas conexas, no mencionan ni a éste, ni a ningún otro método para resolver ese importante problema de la Ingeniería Industrial.

Palabras claves: Plantas industriales, Evaluación de proyectos, Economía industrial

Abstract

This paper presents a rigorous mathematical method -created by the author- to calculate accurately the optimal size (or capacity) of an industrial plant while it is beeing planned and evaluated. Text-books on Proyect Evaluation, Financial Mathematics and connected subjects do not mention this method neither any othe for solving this important problem in Industrial Engineering.

Key words: Industrial plants, Project evaluation, Industrial economics

0. Introducción

Este artículo es un capítulo que hasta hoy ningún libro sobre evaluación de proyectos industriales contiene, aunque se trata de uno de los aspectos más fundamentales que hay que decidir cuando se está proyectando una fábrica, un gran centro de distribución, o uno de muchos otros tipos de instalaciones industriales[1]. Se presenta aquí un método matemático para determinar el tamaño óptimo económico de una planta industrial, a partir de la información que es preciso obtener cuando todavía se está proyectando y evaluando la decisión de construirla.

1. La Cuestión del Tamaño Óptimo

Consideramos la situación en que estamos planeando erigir una planta para producir cemento, alcohol etílico, polietileno, o, en general un producto X en una fábrica que llamaremos *Z*. Si esta última se construye demasiado grande, aspirando a tener grandes ventas, se corre el riesgo de desperdiciar capital en su construcción e incurrir en altos costos financieros futu-

* Profesor Escuela de Formación Avanzada de la Universidad Pontificia Bolivariana. Medellín, Colombia. e-mail: mgt@edu.co

1 En la bibliografía se dan varios libros sobre Evaluación de Proyectos y sobre Matemática Financiera que, como se dice aquí, no tratan este tema.

ros, aunque en ella puedan tenerse economías de escala. Si Z se construye muy pequeña, tratando de economizar capital, se corre el riesgo futuro de producir con costo unitario (por ejemplo en dólares por tonelada de producto) elevado y también de perder potencial de ventas.

El tamaño o capacidad de una planta industrial Z se expresa en la cantidad de producto X que ella puede producir es un día de 24 horas, o en un año, o en otro período de tiempo determinado. En otros casos se expresa por la cantidad que puede procesar de alguno de los insumos fundamentales (p.e. caña en un ingenio azucarero, petróleo crudo en una refinería, etc.) durante un día o durante un año, etc. En el caso de plantas para elaborar productos que requieren mucha energía eléctrica (como ferroaleaciones, oxigeno, carburo de silicio, soda electrolítica, etc.) la capacidad de Z se expresa como la potencia eléctrica (en kilovatios o en caballos de potencia) que va a necesitar. Si llamamos C a la capacidad o tamaño de Z, nuestro trabajo aquí consiste en construir un procedimiento matemático para calcular cual es el valor de C que, por no ser ni demasiado grande ni demasiado pequeña, hará lo más alta posible la rentabilidad previsible de Z en el lapso que dure la vida útil de la planta.

Es obvio que C no debe ser menor que el tamaño inicial del mercado que se va a atender, ni mayor que el mercado futuro máximo que se prevea que se va a servir.

2. Economía de escala

Es un hecho de experiencia casi universal en la Ingeniería Industrial y en la economía industrial que si tenemos una planta Z que cuesta 10 millones de dólares para construirla y produce 1 000 toneladas diarias de un cierto producto X, cuando se la compare con otra planta Z' que produzca 2 000 toneladas diarias del mismo producto, ésta última se puede construir o comprar con <u>menos</u> de 10 millones de dólares. Y, en general, en el mercado de plantas industriales y también en el de grandes máquinas y en el de bienes de capital, se encuentra empíricamente que

$$K_1 > K_2 \quad \text{pero} \quad K_1/K_2 < C_1/C_2$$

en donde K_1 es el costo de una planta Z_l de cierto producto, con cierta tecnología, que tiene capacidades C_l; y K_2 es el costo de otra planta Z_2 más pequeña del mismo producto y la misma tecnología, pero con capacidad C_2 más pequeña. Este fenómeno empírico y universal se llama el fenómeno de las economías de escala.

Esta realidad empírica queda expresada en la Ley de Williams (muy conocida de muchos ingenieros y economistas industriales), según la cual, en el caso de un mismo equipo, o de una fábrica con una cierta tecnología, que se encuentra en su mercado en distintos tamaños C, el costo de una unidad, muy aproximadamente, puede expresarse mediante la ecuación empírica

$$K = A\,C^{\alpha} \qquad (2.01)$$

Las variables en esta ecuación son:

K: el costo de capital de una fábrica de X, que tenga tamaño C.

A: Una constante propia del tipo de fábrica (o de máquina) que es Z

C: El tamaño o capacidad de Z

α: Un número fraccionario, positivo, menor que 1 (uno). Para muchisimos tipos de fábricas y de máquinas, el valor de μ es muy cercano al número *2/3* = *0.667*. Por esta razón a la ecuación (2.01) se le llama con frecuencia «la ley de los dos tercios». Pero para otros tipos de estos bienes de capital puede ser un poco mayor o un poco menor. Por ejemplo, para transformadores eléctricos de potencia, el número α es muy cercano a *1/2* = *0.5*.

En cada caso, los valores específicos de A y de α dependen de la naturaleza técnica de Z.

3. El tiempo futuro de la planta

El transcurso de la vida útil de Z comenzará en una fecha o momento que llamaremos $t = 0$, que será cuando comience a producir y a vender su producto. Cualquier otro momento posterior de la vida productiva de Z será $t > 0$. La duración previsible de la vida útil de Z la llamaremos T. En el caso de fábricas industriales, en Colombia y países similares, suele estipularse que T sea 10 años (en industrias livianas)o de 20 años (en industrias pesadas o muy intensivas en capital), o más años.

Consideremos un breve lapso de tiempo en el futuro, cuando ya Z esté trabajando, desde el momento t hasta el momento $t + dt$, lapso al cual designamos como (t,dt). Adoptemos, además, la siguiente nomenclatura:

- Cantidad del producto X que se va a producir y a vender durante (t,dt):

$$P(t)\cdot dt$$

- Cantidad del insumo fundamental (suponiendo que sea uno solo[2]) que se va a consumir durante (t,dt) para producir a X:

$$I(t)\cdot dt$$

Si hay varios insumos muy importantes (como el coque, el cuarzo y la energía eléctrica para producir carburo de silicio), se trabajará con

$$\sum I_j(t)\cdot dt$$

donde j es un número ordinal que indica los distintos insumos, y los $I_j\ (t)$ son sus respectivos consumos en (t,dt).

- Valor agregado durante (t,dt)

$$V(t)\cdot dt = (p\cdot P(t) - q\cdot I(t))dt$$

siendo p el precio de venta del producto X y siendo q el precio de compra del insumo

- Costo del capital K que se invierta en construir la planta Z, durante el lapso (t,dt):

$$K\cdot d\cdot dt$$

en donde d es la tasa anual (o mensual o diaria) de depreciación que sea aplicable a Z. Estamos considerando solamente el capital fijo K y suponemos que es aportado por el inversionista, sin recurrir a los bancos[3].

- Costo del personal directo que opere la planta, durante (t,dt):

$$L\cdot s\cdot dt$$

siendo L el número de operarios y s el salario promedio (por operario por día, o por operario-año).

- Costo de la renta (cánon de arrendamiento o costo de sombra) de la tierra que sea ocupada por la planta, durante (t,dt):

$$E\cdot k\cdot dt$$

en donde E es la extensión en metros cuadrados o en hectáreas, y k es el costo por metro cuadrado-mes o por hectárea-año. Suponemos, como es lo más frecuente en industrias de procesos y en muchas otras, que la extensión de la tierra requerida no depende de la capacidad que tenga la planta Z[4].

- Gastos llamados fijos y demás gastos que son independientes del ritmo de producción y del tamaño del proyecto, durante el lapso (t,dt):

$$G\cdot dt$$

- Duración mínima que se planea para la vida útil del proyecto: T (en años)
- Vida futura de la planta trabajando a menos de su capacidad: τ
- Vida futura de la planta trabajando con capacidad copada: T - τ
- Utilidad comercial que produzca Z durante

2 Como la caña para el azúcar, la roca caliza para el cemento, o el trigo para la harina de trigo, o el etileno para el polietileno, o el petróleo crudo para la gasolina, o el cacao en grano para el chocolate, etc., etc. Cuando los insumos principales son varios, este modelo se puede generalizar de manera obvia y muy sencilla.

3 Si la compra o la construcción de Z va a ser financiada con créditos o préstamos, al interés x ($100x$ % anual), en una fracción f del valor total de la planta, el factor d se debe sustituir por el factor $d + xf$.

4 Si, por el contrario, E dependiese de C, este modelo se puede generalizar estableciendo cuantitativamente la relación funcional $E= E(C)$ y sustituyéndola en la ecuación (3.01)

el lapso futuro (t,dt):

$$U(t)\cdot dt$$

La utilidad contable por día (o por otra unidad de tiempo), va a ser

$$U = p\cdot P - q\cdot I - d\cdot K - L\cdot s - E\cdot k - G \quad (3.01)$$

Reunimos $L\cdot s - E\cdot k + G$ en un solo término

$$H = L\cdot s + E\cdot k + G$$

que es independiente de P, de K, de t y de las demás variables[5]. De este modo se escribe

$$U = p\cdot P - q\cdot I - d\cdot K - H$$

4. El valor presente de flujos de dinero futuros y la rentabilidad

En los libros de texto sobre Algebra Financiera (como varios que aparecen en la bibliografía) se demuestra que si $x(t)$ es un flujo de dinero que se va a percibir durante un lapso futuro (t,dt), el valor presente de esa cantidad es

$$x(0)\cdot dt = x(t)\cdot e^{-rt}\cdot dt$$

siendo r la tasa de capitalización en el mercado financiero que sea accesible. Y si i es la tasa de gravamen del impuesto sobre la renta, entonces el valor presente de la utilidad que da Z durante (t,dt), es

$$U(t)\cdot e^{-rt}\cdot dt\cdot(1-i)$$

siendo r el costo del capital a largo plazo en el mercado de dinero.
Por lo tanto el valor presente de las utilidades que dará la planta durante su vida útil vale

$$\int_0^T U(t)\cdot e^{-r\cdot t}(1-i)\cdot dt \quad (4.01)$$

Así que la utilidad promedia por año de vida, y como proporción del capital invertido en la planta, da una rentabilidad contable de

$$R(C) = \frac{\int_0^T U(t)\cdot e^{-r\cdot t}\cdot(1-i)\cdot dt}{K\cdot T} \quad (4.02)$$

Aunque en el mundo financiero e industrial se usan, además de ésta, otras medidas de rentabilidad, aquí usaremos ésta porque es la que corresponde al mejor interés de los accionistas de Z.

Introduzcamos por comodidad las funciones $N(C)$ y $D(C)$ definidas como

$$N(C) = \int_0^T U(t)\cdot e^{-rt}\cdot dt \quad \text{y} \quad D(C) = C^{\alpha}$$

de modo que

$$R(C) = \frac{(1-i)\cdot N(C)}{T\cdot A\cdot D(C)}$$

5. Planta holgada y planta copada

Cuando se proyecta una planta nueva para producir un artículo, o un material, o un bien determinado X, se hace porque se sabe que hay una demanda en el mercado y, más aún, que esa demanda irá creciendo de manera continuada en el futuro. Si denominamos $M(t)\cdot dt$ a la cantidad de X que la demanda accesible a la planta Z que se proyecta, va a requerir durante el lapso (t,dt), entonces se va a tener que

$$M(0) < M(t) < M(T)$$

para todo t positivo y anterior a $T(0 < t < T)$
La capacidad óptima que se busca no debe ser menor que $M(0)$ porque esto significaría comenzar perdiendo mercado accesible desde el principio y durante toda la vida futura útil. Tampoco puede ser mayor que $M(T)$ porque eso significaría trabajar toda la vida $(0 < t < T)$con planta subutilizada. O sea que

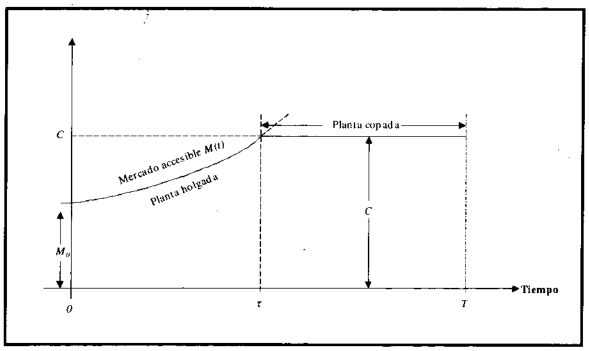
[5] H incluye, en sentido contable, los gastos fijos, los costos laborales, el costo de la tierra, los gastos administrativos, los arrendamientos que se paguen y otros menores y constantes.

si C* va a ser la capacidad óptima , tendrá que ser:

$$M_0 = M(0) < C^* < M(T) \qquad (5.01)$$

De este modo, la planta comenzará produciendo por debajo de su capacidad, luego alcanzará su nivel de capacidad y después sigue, hasta el fin de su vida, trabajando con capacidad copada. La edad de la planta cuando llega a coparse es τ . Por lo tanto

$$\mathrm{P(t)} = \begin{cases} M(t) \text{ durante el lapso } 0 < t < \tau \\ C^* \text{ durante el lapso } \tau < t < T \end{cases}$$



6. La primera condición del tamaño óptimo

El tamaño óptimo económico C* será el que dé el máximo valor a la rentabilidad $R(C)$, es decir el que haga

$$dR(C)/dC = 0 \qquad (6.01)$$

y también que

$$d^2 R(C)/dC^2 = 0 \qquad (6.02)$$

Podría usarse otra medida de la rentabilidad para elegir el óptimo económico de la capacidad C. Aquí estudiaremos solo a $R(C)$, como ya dijimos.

7. La primera condición del óptimo

Según la ecuación (4.04) la rentabilidad promedia anual, acumulada y descontada en valor presente es

$$R(C) = \frac{(1-i)\cdot N(C)}{A \cdot T \cdot D(C)}$$

Entonces $R'(C) = 0$ significa que

$$D(C)\cdot N'(C) = N(C)\cdot D'(C) \qquad (7.01)$$

Pero

$$D(C) = C^{\alpha}$$

de donde

$$D'(C) = \alpha \cdot C^{\alpha-1}$$

Además $N(C)$ es:

$$N(C) = \int_0^T U(t)\cdot e^{-rt} \cdot dt =$$

$$= \int_0^{\tau} U(t)\cdot e^{-rt} \cdot dt + \int_{\tau}^{T} U(t)\cdot e^{-rt} \cdot dt$$

Recordamos la fórmula de Leibniz

$$\frac{d}{d\lambda}\int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} \phi(\lambda,x)dx = \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} \frac{\partial}{\partial\lambda}\phi(\lambda,x)dx + \phi(\lambda,b)\frac{db(\lambda)}{d\lambda} - \phi(\lambda,\alpha)\frac{da(\lambda)}{d\lambda} \qquad (7.02)$$

Derivando $N(C)$, usando la fórmula de Leibniz, simplificando algebraicamente y sustituyendo en la fórmula (6.03) se obtiene que $R'(C)=0$ implica que

$$\alpha \int_0^{\tau(C)} U(t)\cdot e^{-rt} \cdot dt = \left[(dU(\tau)/dC) + (1/r)\left(e^{-r\cdot\tau(C)} - e^{-rT}\right)\right] \qquad (7.03)$$

Al valor agregado por unidad de producto X lamémoslo v:

$$v = (p \cdot P - q \cdot I)/P = p - q(I/P)$$

Entonces la utilidad $U(t)$ se puede escribir

$$U(t) = v \cdot P(t) - d \cdot A \cdot C^{\alpha} - H \qquad (7.04)$$

El valor de t está dado, como es obvio por la condición

$$M(\tau) = C \qquad (7.05)$$

de donde se obtiene que

$$\tau = M^{-1}(C) = \tau(C) \qquad (7.06)$$

y la utilidad en ese momento valdrá

$$U(\tau) = vC - A \cdot d.C^{\alpha} - H \qquad (7.07)$$

de manera que

$$dU(\tau)/dC = v - \alpha \cdot A \cdot d \cdot C^{\alpha-1}$$

Sustituyendo en la ecuación (7.03) y haciendo algunas simplificaciones se obtiene la ecuación general que dá el tamaño óptimo de planta:

$$\alpha \int_0^{\tau(C)} \left[v \cdot M(t) - d \cdot A \cdot C^{\alpha} - H\right] e^{-rt} \cdot dt =$$

$$= \left[v - \alpha \cdot A \cdot dC^{\alpha-1}\right] (1/r) \left(e^{-rt} - e^{rt}\right) \quad (7.08)$$

Esta ecuación muestra que la capacidad óptima va a depender muy fundamentalmente del comportamiento de la demanda *M(t)* durante el lapso de tiempo de *t=0* a *t=t,* que es cuando la planta va a operar con alguna capacidad sobrante.

8. Demanda previsible con crecimiento geométrico

Una situación frecuente en la industria es que la demanda accesible que se está previendo, crezca con una tasa porcentual constante y acumulativa. Eso significa que los estudios del mercado permiten proyectarlo con la función

$$M(t) = M_0 \cdot e^{ct} \qquad (8.01)$$

en donde c es la tasa de crecimiento acumulativa de la demanda accesible. La planta se copará cuando sea *t=t,* o sea:

$$M_0 e^{ct} = C$$

es decir cuando

$$\tau = (1/C) \ln (C/M_0) \qquad (8.02)$$

En este caso el lado izquierdo de la ecuación (7.8) se convierte, después de algunas operaciones algebraicas en:

$$\alpha \int_0^{\tau} v \cdot M_0 \cdot e^{ct} \cdot e^{-rt} \cdot dt - [d \cdot A \cdot C + H](1/r)(1 - e^{-rt}) =$$

$$= [\alpha \cdot v \cdot M_0/(c-r)]\left[(C/M_0)^{1-r/c} - 1\right]$$

$$- \left[d \cdot A \cdot C^{\alpha} + H\right]\left[1 - (M_0/C)^{r/c}\right] \quad (8.03)$$

El lado derecho de la ecuación (6.11) toma la expresión

$$\left[v - \alpha \cdot A \cdot dC^{\alpha-1}\right](1/r)\left[(M_0/C)^{r/c} - e^{-rt}\right] (8.04)$$

De manera que la ecuación (6.11) se convierte en

$$[\alpha \cdot v \cdot M_0/(c-r)]\left[(C/M_0)^{1-r/c} - 1\right]$$

$$- [d \cdot A \cdot C + H]\left[1 - (M_0/C)^{r/c}\right] = \qquad (8.05)$$

$$= \left[v - \alpha \cdot A \cdot d \cdot C^{\alpha-1}\right](1/r)\left[(M_0/C)^{r/c} - e^{-rT}\right]$$

En esa ecuación los coeficientes que aparecen son datos que se obtienen de las siguientes fuentes:

- *a* y *A:* se obtiene con los constructores de fábricas o de equipos del tipo de *Z;*
- *p, q* y *v:* provienen del mercado del producto *X* que se trata de fabricar, y del de sus materias primas;
- M_o y *c:* surgen de los estudios y proyecciones del mercado de *X;*
- *r:* del estudio del mercado de dinero
- *d:* viene dado por la legislación comercial, por la legislación tributaria o por las prácticas habituales de la contabilidad;
- *L.* del conocimiento de la tecnología de *Z,* que da el número de personas que se requerirán para operar la planta;
- *s:* del régimen de salarios y del mercado de trabajo de la región o del país de que se trate
- *E:* de la tecnología de *Z,* que dictará cuánta tierra se requiere;
- *k:* del mercado de tierras en la región, que dictará el cánon de arrendamiento por hectárea-año;
- G*:* de la contabilidad de la empresa *Z* y de la organización administrativa que se proyecta darle;

$H = L \cdot s + E \cdot k + G$: Resulta de los datos anteriores;

T: de la naturaleza de la planta Z y de las políticas financieras del empresario, que indicaran el horizonte de tiempo que se prevea como vida útil mínima que se exija de la planta.

De manera que en la ecuación (7.05) la única incógnita es C. La ecuación se puede resolver por métodos numéricos o con un computador usando un programa como el de Mat-cad. La raíz C=C* que se obtenga es única, es real y es positiva[6].

9. La segunda condición del óptimo

El valor C=C* del óptimo debe cumplir también la condición de que

$$R''(C) < 0 \qquad (9.01)$$

Ya que hemos escrito

$$R(C) = (1-i)N(C)/[T \cdot A \cdot D(C)]$$

la condición (9.01) se puede expresar, después de derivar dos veces y hacer algunas simplificaciones, como

$$\text{sgn } R''(C^*) = \text{sgn } (D \cdot N''D - N \cdot D'') = \text{sgn } (-1) (9.02)$$

Recordando las definiciones de N:

$$N(C) = \int_0^T U(t) \cdot e^{-rt} \cdot dt$$

y de $D(C)$

$$D(C) = C\alpha$$

derivando dos veces y después de otras simplificaciones, resulta que

$$\text{sgn } R''(C) = \text{sgn} \left[A \cdot d \cdot C^{\alpha} \int_{\tau}^{T} e^{-rt} \cdot dt - \int_0^T U(t) \cdot e^{-rt} dt \right] = \text{sgn } (-1)$$

(9.03)

Esto significa que C* debe satisfacer la desigualdad

$$\int_0^T U(t) \cdot e^{-rt} \cdot dt = d \cdot A \cdot C^* \int_{\tau}^{T} e^{-rt} \cdot dt$$

(9.04)

El lado izquierdo de esta desigualdad es el valor presente, descontado, de las utilidades futuras en toda la vida útil de la planta. El lado derecho significa el valor presente, descontado a $t=0$ de las depreciaciones de la planta durante el período futuro de trabajo con planta copada. Para que el proyecto sea factible es necesario, evidentemente que esas utilidades sean mayores que estas depreciaciones. En consecuencia

$$R''(C^*) < 0$$

y el valor C* hace máximo el valor de $R(C)$, efectivamente.

10. La rentabilidad óptima

La rentabilidad óptima se calculará como

$$R(C^*) = \frac{(1-i)}{A \cdot T} \, \frac{\int_0^{\tau} U(t) \cdot e^{-rt} \cdot dt + U(\tau) \int_{\tau}^{T} e^{-rt} \cdot dt}{C^{*\alpha}}$$

(10.1)

Es práctica universal de los banqueros y de los industriales la de exigir que esta rentabilidad sea mayor que el costo del dinero r en el mercado financiero.

En aquellas situaciones en que comparan dos proyectos Z_1 y Z_2, el más recomendable será el que tenga mayor $R(C^*)$. Por ejemplo, Z_1 será más recomendable que Z_2 si y solo si

$$R(C^*)_1 > R(C^*)_2$$

[6] La demostración matemática de esta afirmación es importante pero aquí se la omite para no alargar demasiado este documento

Lo mismo vale cuando se están comparando dos tecnologías para un mismo proyecto Z; o dos sitios de ubicación del proyecto.

BIBLIOGRAFÍA

Accounting Review. Society of American Accountants. New York. Varios números.

Allen, R.G.D. Economía Matemática. 2 ed. Madrid, Aguilar. 1967. 931 p.

Arboleda, Benjamín. Ingeniería Económica: Métodos para el Análisis de Alternativas de Inversión. Medellín. Asociación de Ingenieros Industriales de la Universidad de Antioquia. 1980. 502 p.

Baca Urbina, Gabriel. Evaluación de Proyectos. 3. ed. Bogotá. Mc Graw-Hill. 1997, 339 p.

Battersby, Albert. Planificación y Programación de Proyectos Complejos. 2 ed. Barcelona. Ariel. 1973. 431 p.

Behrens, W y P.M. Hawranek. Manual para la Preparación de Estudios de Viabilidad Industrial. Viena. Organización de las Naciones Unidas para el Desarrollo Industrial. 1994. 400 p.

Behrens, W. Manual para la Preparación de Estudios de Viabilidad Industrial. Viena. ONUDI. 1994. 400 p.

Blank, Leland y Anthony J. Jacquin. Ingeniería Económica. México. Mc Graw-Hill. 1996. 546 p.

Canada, John R. William G. Sullivan y John A. White. Análisis de la Inversión de Capital para Ingeniería y Administración. 2 ed. Bogotá. Prentice Hall Hispanoamericana. 1997. 566 p.

Castro Rodríguez, Raul y Karen Marie Mokate. Evaluación Económica y Social de Proyectos de Inversión. Bogotá. Uniandes. 1998. 424 p.

Corrons Prieto, Luis. Técnicas de Ingeniería y Tecnología de la Producción. Bilbao. Ediciones Deusto. 1979. 435 p.

Creues Solé, Antonio. Fiabilidad y Seguridad de Procesos Industriales. Barcelona, Boixereu Editores. 1991. 124 p.

Chouleur, Jacques. Las Técnicas Matemáticas en la Empresa. Bilbao. Ediciones Deusto. 1968. 485 p.

Departamento Nacional de Planeación. Manual Metodológico para la Identificación y Evaluación de Estudios de Preinversión. Bogotá. Banco de la República. 1994. s.p.

Grant, Eugene L.; Grant, Ireson; y Leavenworth, Richard. Principios de Ingeniería Económica. México. Editorial CECSA. 1984. 710 p.

Industrial Engineering. Mc Graw-Hill Co. New York. varios números

Infante Villarreal, Arturo. Evaluación Económica de Proyectos de Inversión. 3 ed. Cali. Banco Popular. 1977. 236 p.

King, Charles. Quantitative Analysis for Managerial Decisions. Reading, Massachusets. Addison Wesley. 1976. 552 p.

Martínez Arias, César. Evaluación Integrada de Proyectos de Inversión. Medellín. Universidad Pontificia Bolivariana. Facultad de Ingeniería Mecánica. 2000. 518 p.

ONUDI. Manual para la Preparación de Estudios de Viabilidad Industrial. ONUDI New York. La Institución. 1978. 268 p.

Park, Chan J.; Sharp-Bette, Gunther P. Advanced Engineering Economics. New York. John Wiley and Sons. 1990. 740 p.

Riggs, James L. Modelos de Decisión Económica para Ingenieros y Gerentes de Empresa. Madrid. Alianza Editorial. 1973. 508 p.

Romero, C. Modelos Económicos en la Empresa. Bilbao. Ediciones Deusto. 1977.

Sapag Chain, Nassir y Reynaldo Sapag Chain. Preparación de Proyectos . 4 ed. Bogotá. Mc Graw-Hill. 2000. 439 p.

Scientific Management. American Management Association. New York. Varios números.

SIAM Review. Society of Industrial and Applied Mathemátics. New York. Varios números.

Taylor, George A. Ingeniería Económica. México. Limusa. 1978. 556 p.

Thuesen, H.G.; Fabricky, W.J.; y Thuesen, G.J. Ingeniería Económica: Edición Revisada del Proyecto de Ingeniería. Bogotá. Prentice Hall, 1981. 592 p.

Tyler, Chaplin. Chemical Engineering Economics. Mc Graw-Hill Co. 1948. 321 p.

Varela, Rodrigo. Evaluación Económica de Inversiones. Cali. Editorial Norma. 1993. 512 p.

Villalobos, José Luis. Matemáticas Financieras. México. Grupo Editorial Iberoamericana. 1993. 776 p.

Nota: Ninguna de estas publicaciones contiene nada sobre el tema tratado en este documento, a pesar de que son numerosas publicaciones, a pesar de que son libros muy conocidos, y a pesar de la importancia del tema tratado aquí.